

# 哈师大附中 2014 级高三上学期期末考试

## 文科数学试卷

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项:

1. 答题前,考生务必先将自己的姓名、准考证号码填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂;非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出,确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁,不要折叠,不要弄破、弄皱,不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

### 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若复数  $z$  满足  $z+2\bar{z}=3-2i$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则  $z=(\quad)$   
 A.  $1+2i$                       B.  $1-2i$                       C.  $-1+2i$                       D.  $-1-2i$
2. 设集合  $A = \{x | y = \ln(-x^2 + 3x + 4)\}$ ,  $B = \{x | \frac{1}{4} < 2^x < 1\}$ , 则  $A \cap B = (\quad)$   
 A.  $(-2, 0)$                       B.  $(-1, 0)$   
 C.  $(0, 4)$                       D.  $(-2, 4)$
3. 过原点且倾斜角为  $\frac{\pi}{3}$  的直线被圆  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  所截得的弦长为  $(\quad)$   
 A.  $\sqrt{2}$                       B. 2  
 C.  $\sqrt{6}$                       D.  $2\sqrt{3}$
4. 已知  $a, b$  表示两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  表示两个不同的平面, 且  $a \perp \alpha, b \subset \beta$ , 则“ $a // b$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的  $(\quad)$   
 A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

5. 设奇函数  $f(x)$  对任意  $x \in R$ , 都有  $f(x+2) = -f(x)$ , 且当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = \frac{x}{5}$ , 则  $f(107) = (\quad)$

- A. 10                      B. -10                      C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $-\frac{1}{5}$

6. 设  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y-5 \leq 0 \\ x-2y+1 \leq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$ , 若  $z=2x+y$  的最大值为  $(\quad)$

- A. 8                      B. 7                      C. 6

7. 程序框图如图所示, 该程序运行后输出的  $S$  的值是  $(\quad)$

- A. 2  
 B. -3  
 C.  $-\frac{1}{2}$   
 D.  $\frac{1}{3}$

8. 设  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 且  $\tan\beta = \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$ , 则  $(\quad)$

- A.  $\alpha - 2\beta = \frac{\pi}{2}$                       B.  $2\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$   
 C.  $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$                       D.  $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

9. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为  $(\quad)$

- A. 2  
 B.  $\frac{8}{3}$   
 C. 3  
 D.  $\frac{10}{3}$

10. 数列  $\{a_n\}$  中  $a_1=2$ , 且  $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - 1$ , 则  $a_5$  的值为  $(\quad)$

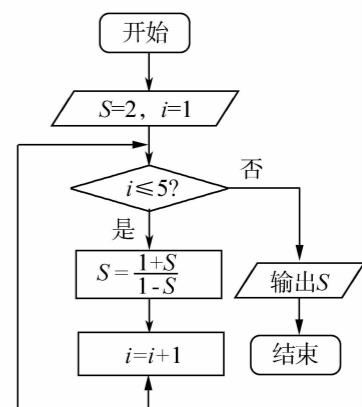
- A.  $\frac{3}{2}$                       B. 2                      C.  $-\frac{7}{4}$                       D. -1

11. 四面体  $P-ABC$  中,  $AB=BC=CA=PB=PC=\sqrt{3}$ , 且平面  $PBC \perp$  平面  $ABC$ , 则四面体  $P-ABC$  外接球的表面积为  $(\quad)$

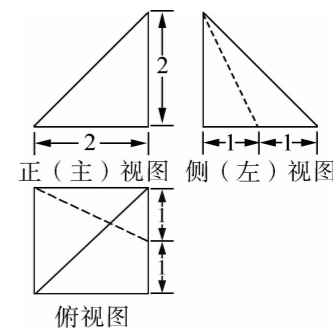
- A.  $9\pi$                       B.  $8\pi$                       C.  $6\pi$                       D.  $5\pi$

12. 若实数  $x, y, m, n$  满足  $(y+x^2-3\ln x)^2 + (m-n+2)^2 = 0$ , 则  $(x-m)^2 + (y-n)^2$  的最小值为  $(\quad)$

- A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C.  $2\sqrt{2}$                       D. 8



第 7 题图



第 9 题图

## 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

### 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 各项为正的等比数列  $\{a_n\}$  中  $a_1 = 2$ , 且  $a_2, a_3 + 2, a_4$  成等差数列,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $S_{10} - S_4 =$  \_\_\_\_\_.

14. 过直线  $kx + y + 3 = 0$  上一点  $P$ , 作圆  $x^2 + y^2 - 2y = 0$  的切线, 切点为  $Q$ , 若  $|PQ| = \sqrt{3}$ , 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

15.  $P$  为  $\triangle ABC$  内部一点, 且  $\vec{PA} + 2\vec{PB} + 2\vec{PC} = \vec{0}$ , 向  $\triangle ABC$  内投掷一点, 则该点落入  $\triangle PBC$  内的概率为 \_\_\_\_\_.

16. 设  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点,  $A, B$  为双曲线的左、右顶点,

以  $F_1F_2$  为直径的圆与双曲线的一条渐近线交  $M, N$  两点, 若  $\angle AMB = \frac{\pi}{3}$ , 则该双曲线的离心率为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

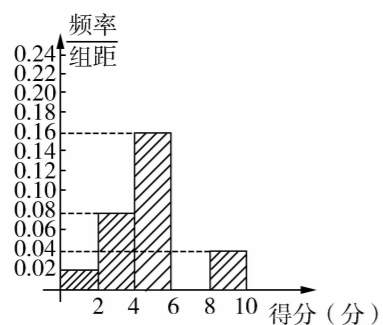
17. (本小题满分 12 分) 函数  $f(x) = \sin \omega x \cos \omega x + \sqrt{3} \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) \sin(\omega x - \frac{\pi}{4})$ , 直线  $y = 1$  与函数

$f(x)$  的图像相邻两个交点的距离为  $\pi$ .

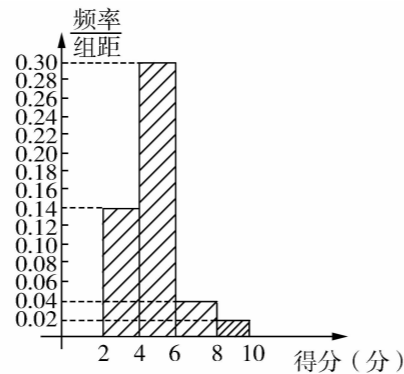
(I) 求  $\omega$  的值及函数  $f(x)$  的单调递增区间;

(II)  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $f(\frac{A}{2}) = 0, f(\frac{5A}{4}) = \frac{a}{2}$ , 求  $b + c$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分) 2017 年考纲将高考数学选作题调整为: 从“极坐标与参数方程”和“不等式选讲”中任选一题作答. 我校从近年高三模拟考试数学试卷中抽取选作题“极坐标与参数方程”和“不等式选讲”的各 50 份, 分别按得分在  $[0, 2), [2, 4), [4, 6), [6, 8), [8, 10]$  进行统计, 得频率分布直方图如下:



图(一) 选作“极坐标与参数方程”



图(二) 选作“不等式选讲”

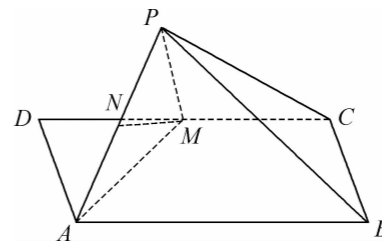
(I) 补全图(一)中得分在  $[6, 8)$  的部分;

(II) 从两题得分率最高的考卷中用分层抽样的方法抽取 5 份, 再从这 5 份考卷中任取 2 份, 求这两份试卷分数不同的概率.

19. (本小题满分 12 分)  $\square ABCD$  中  $AB = 2, M$  为  $CD$  的中点, 且  $DAM$  为等边三角形, 沿  $AM$  将  $\triangle DAM$  折起至  $PAM$  的位置, 使  $PB = 2$ .

(I) 若  $N$  为  $PA$  的中点, 求证:  $MN \parallel$  平面  $PBC$ ;

(II) 求证:  $BM \perp PA$ .



20. (本小题满分 12 分) 经过点  $F_1(\sqrt{3}, 0)$  的圆  $P$  与圆  $F_2: (x + \sqrt{3})^2 + y^2 = 16$  相内切.

(I) 求圆心  $P$  的轨迹  $C$  的方程;

(II) 直线  $l: y = kx + m (k \in \mathbb{R})$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 是否存在实数  $m$ , 使  $|\vec{OA} - \vec{OB}| = |\vec{OA} + \vec{OB}|$ , 若存在, 求出实数  $m$  的值; 若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分 12 分) 函数  $f(x) = \frac{a}{x} + x \ln x + \frac{1}{e}, g(x) = 2x + \frac{e}{e^x} - 3$ .

(I) 若  $a = 1$ , 求函数  $f(x)$  的极值;

(II) 若对  $\forall x_1, x_2 \in [\frac{1}{2}, 2]$ , 不等式  $f(x_1) \geq g(x_2)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知直线  $l$  的参数方程是  $\begin{cases} x = t \\ y = t + 4\sqrt{2} \end{cases} (t \text{ 为参数})$ , 圆  $C$  的极坐标方程是  $\rho = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{4})$ .

(I) 求圆心  $C$  的直角坐标与直线  $l$  的普通方程;

(II) 由直线  $l$  上的在点向圆  $C$  引切线, 求切线长的最小值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = m - |x - 1|$ , 不等式  $f(x) > 1$  的解集为  $\{x | 0 < x < 2\}$ .

(I) 若不等式  $|x - n| \geq f(x)$  对一切  $x \in \mathbb{R}$  恒成立, 求实数  $n$  的取值范围;

(II) 若  $a^2 + b^2 + c^2 = f(2)$ , 求  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$  的最小值.